

Una significación de los coeficientes de una función cuadrática: una experiencia de modelación en formación de profesores

Iván Pérez Vera ¹

Resumen

Este escrito da cuenta de la sistematización de una experiencia de modelación matemática enmarcada en un proceso de formación inicial de profesores. Se contextualiza, en tanto problemática, en la doble presencia de la noción de modelación en la educación chilena: a nivel del currículo escolar y en la formación de profesores. El objetivo fue significar los elementos que emergen en una experimentación con un auto que se desplaza en un plano inclinado por parte de un estudiante para profesor en su quinto semestre de formación. Mediante un estudio de caso, se da cuenta del proceso de modelación y de la significación, desde el fenómeno, de los distintos elementos que componen una función cuadrática.

Palabras clave: modelación, significación, formación inicial de profesores.

¹Universidad Academia de Humanismo Cristiano, Santiago, Chile. ✉ iperezv@academia.cl.
ORCID:0000-0003-2636-652

Fecha de Recepción: 10 de mayo 2020

Fecha de Aceptación: 09 de junio de 2020

A significance of the coefficients of a quadratic function: a modelling experience in teacher training

Iván Pérez ¹

Abstract

This paper gives a report of the systematization of a mathematical modelling experience framed in a process of initial teacher training. It is contextualized, in particular as a problem, in the double presence of the notion of modelling in Chilean education: at the school curriculum level, and in teacher training. The objective was to signify the elements that emerge in an experiment with a car moving on an inclined plane by a student for teacher in his fifth semester of training. By means of a case study, it is possible to understand the modelling process and the significance from the phenomenon, of the different elements that compose a quadratic function.

Key words: curricular appropriation, mathematical thinking skills, evaluation, educational policy, learning communities.

¹Universidad Academia de Humanismo Cristiano. Santiago, Chile. ✉ iperezv@academia.cl.
ORCID:0000-0003-2636-652

1. Introducción

La modelación cobra importancia en Chile con su incorporación en dos espacios de relevancia para la educación: por un lado, como una de las cuatro habilidades que articula el currículum escolar y, por el otro, como parte de los estándares para la formación del profesorado.

A nivel de currículum escolar (MINEDUC, 2015) se presenta como objetivo el desarrollo de la habilidad de modelar, la cual, de manera general, se caracteriza como aquella que busca que el o la estudiante construya una versión simplificada y abstracta de un sistema que opera en la realidad, es decir, que capture los patrones clave y los exprese mediante símbolos matemáticos. De forma específica, en las bases curriculares de 7^º básico a 2^º medio (MINEDUC, 2015) la capacidad de modelar se presenta como la habilidad de construir un modelo físico o abstracto que capture parte de las características de una realidad para poder estudiarla, modificarla y/o evaluarla. Ese modelo permite buscar soluciones, aplicarlas a otras realidades (objetos, fenómenos, situaciones, etc.), estimar, comparar impactos y representar relaciones. Así, las y los estudiantes aprenden a usar diversas formas para representar datos, a seleccionar y aplicar los métodos matemáticos apropiados y las herramientas adecuadas para resolver problemas. De este modo, las ecuaciones, las funciones y la geometría cobran un sentido significativo.

En cuanto a la formación de profesores de matemática, el artículo “Matemáticas para la formación inicial de profesores de enseñanza media de Chile” (Felmer, 2009) señala que todo profesor o profesora debiera estar capacitado para promover el aprendizaje de los estudiantes en la comprensión del concepto de función, sus propiedades y de los principales ejemplos de funciones a nivel de la Enseñanza Media. En los *Estándares orientadores para carreras de Pedagogía en Educación Media* (MINEDUC, 2012) se asigna el tratamiento de la modelación al área temática de Cálculo. Se enfatiza la utilidad de las funciones para modelar fenómenos de la realidad y el análisis del comportamiento respectivo. Se establece en el documento que el profesor debe promover el desarrollo de las habilidades declaradas en el currículum escolar: representación, modelación, resolución de problemas y argumentación; enmarcadas en el aprendizaje y comprensión de los números reales y su relación con los racionales.

En la versión preliminar de los *Estándares Pedagógicos y Disciplinarios para la Formación Inicial Docente* (MINEDUC, 2017), en cuatro de los diez estándares propuestos se hace referencia a la modelación. Si bien cada estándar la ubica en distinto lugar, su presencia da cuenta de la importancia que toma a nivel formativo en el espacio local. En el estándar uno se proponen los procesos de modelación para elaborar situaciones de

aprendizaje desde la extensión de una estructura numérica, el análisis de soluciones de sistemas de ecuaciones lineales y su aplicación en programación lineal en concordancia con el currículo escolar y bajo la decisión de la pertinencia del soporte digital. En el estándar cuatro se propone el análisis de gráficas para modelar situaciones variacionales, en procesos de numerización, algebrización y optimización del cambio. En el estándar cinco, la modelación recupera la calidad de habilidad y es establecida como medio para comprender y resolver problemas que impliquen ciclos de modelación y para el estudio de modelos usados para entender y describir el comportamiento de numerosos fenómenos. Se propone, en particular, el establecimiento de hipótesis, con la identificación de los datos, las condiciones y las restricciones que permitan formular el modelo en términos matemáticos y justificar, al mismo tiempo, su validez y proyectar posibles generalizaciones. Por último, en el estándar ocho, se propone la gestión de situaciones de aula (consideradas experiencias didácticas de aula) que involucren a las y los estudiantes en procesos de argumentación y modelación matemática utilizando métodos de indagación y experimentación. Así, se propone desarrollar la capacidad investigativa para levantar hipótesis, hacer supuestos, tratar información, usar modelos gráficos y analíticos en vista a estudiar el comportamiento de diversos fenómenos de los ámbitos de las ciencias naturales y sociales.

Por tanto, la sistematización de la experiencia de modelación que se presenta en este artículo atiende a la problemática enmarcada en la necesidad de la incorporación consciente de la modelación en los dos escenarios mencionados: en la formación inicial y en las situaciones que desarrollan esta habilidad dentro del currículo escolar. Es así que, metodológicamente, se analizarán las interacciones, relativas a procesos de modelación, que un estudiante de la carrera de Pedagogía en Matemática ha tenido con su profesor y su propio conocimiento en el marco de una situación que implica el uso de los coeficientes de una función cuadrática. Este hecho, desde el marco teórico de la teoría socioepistemológica (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015), refiere a un proceso constructivo socialmente del saber. Efectivamente, el estudiante está cargado de sus conocimientos personales, culturales, escolares, etc., los que lleva consigo al momento de formular los fundamentos de sus acciones para dar respuesta a la situación planteada. Uno de los principales resultados que se obtienen en esta sistematización de la experiencia es que, dada la situación de modelación propuesta, esta sirve como insumo para el estudiante para cuestionar su propia práctica como futuro profesor y, a la vez, le sirve al profesor para analizar una experiencia exitosa que posibilite la incorporación consciente de la modelación como elemento de los estándares de la formación inicial.

2. Marco Teórico

Entendemos la modelación, desde la postura de Arrieta y Díaz (2015), como una práctica de articulación de dos entes para actuar sobre uno de ellos, llamado lo modelado, a partir del otro, llamado modelo. Desde esta perspectiva, el modelo no existe independiente de la actividad de quien modela, quien en el acto de articulación entre el modelo y lo modelado constituye un dipolo modélico, por ejemplo, entre la gráfica y la covariación de dos variables, o entre la función (lo modelado, en tanto fenómeno) y la gráfica (modelo, en tanto significación del fenómeno). Dipolos que, articulados, configuran la red de modelos asociada al fenómeno y esta red, articuladas por procedimientos, configuran la intencionalidad y los argumentos que emergen en la actividad (Ver figura 1).

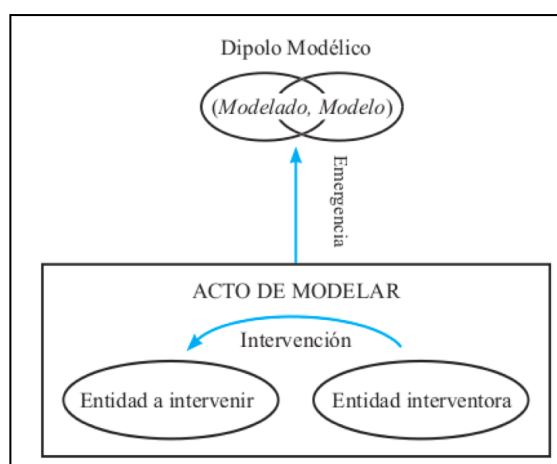


Figura 1: La modelación: El acto de modelar, el modelo, lo modelado y el dipolo modélico (Arrieta y Díaz, 2015, p.36)

Por su parte, Suárez y Cordero (2010) establecen la noción de funcionamiento y forma en el uso de las gráficas como modelos de fenómenos de variación. Más precisamente, los elementos de funcionamiento son las circunstancias que hicieron posible la modelación de fenómenos de variación a través de figuras geométricas, en tanto que los elementos de forma son las clases de tareas.

Para Carrasco, Díaz y Buendía (2014), los estudiantes constituyen un espacio epistémico de figuración que les permite significar elementos de la gráfica desde el fenómeno, a la vez que los elementos del fenómeno se evidencian y significan desde la gráfica, conformando un ir y venir entre fenómeno y figura. Concurren en sus prácticas elementos perceptivos, gráficos y propios de su experiencia con el fenómeno. Muestran la

incorporación, superpuestas a la escena, de variables no ostensibles y significativas en la descripción de la variación. Asimismo, los autores señalan que el conocer ocurre en la relación de la persona con el medio, con los otros y con lo otro. Así, construir o interpretar figuras de fenómenos de variación se da en la relación entre el observador, el ambiente y el fenómeno, y constituye un espacio epistémico de figuración que es a la vez operacional, experiencial y perceptual. El espacio epistémico de figuración se articula desde la relación entre la figura y el fenómeno, estableciendo este proceso como un acto del sujeto, quien interpreta el fenómeno desde la figura, permitiendo también la articulación en sentido inverso. Pérez y Carrasco (2018) relacionan el acto de modelar con el espacio epistémico de figuración en un “ciclo epistémico de figuración con base en dipolos modélicos”. Esta articulación busca hacerse tangible en el acto de modelar, ya sea constituyéndose en redes o no. Al emerger la figuración como elemento de un dipolo modélico, lo que se evidencia es el sujeto, quien, al modelar, interpreta el fenómeno. El individuo que interpreta el fenómeno es denominado “el sujeto epistémico” (Ver figura 2).

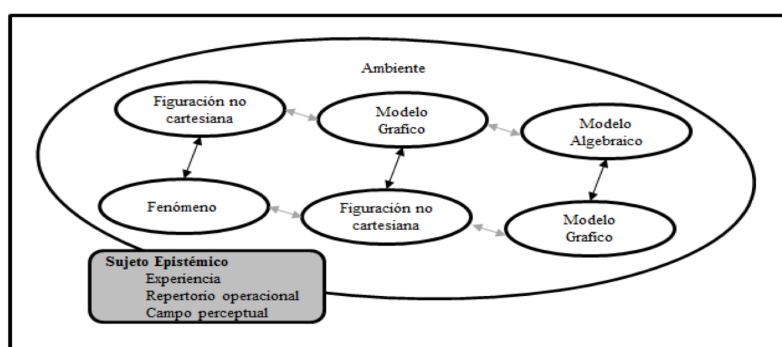


Figura 2: Ciclo epistémico de figuración con base en dipolos modélicos (Pérez y Carrasco, 2018)

3. Metodología

En el marco de la asignatura Algoritmos y Programación de la carrera de Pedagogía en Matemática y Estadística se realizó una experiencia en la que participaron cuatro estudiantes. Cada uno de ellos, de manera deliberada, debía elegir un fenómeno para analizar y realizar un reporte explicativo, desde una mirada matemática, a partir de un modelo que lo caracterizara. Entre los fenómenos propuestos se encontraba el desplazamiento inclinado, el rebote de una pelotita de ping-pong y el llenado de recipientes. Dada la accesibilidad y la profundización obtenidas en el análisis de la experiencia realizada por

uno de los estudiantes para profesor se eligen los procesos de modelación emergentes relativos al primer fenómeno, el desplazamiento inclinado, para analizarlos teóricamente.

El método utilizado es el estudio de caso. Este es justificado por Sandín (2003) principalmente porque el tipo de análisis apunta al conocimiento de formas de pensamiento, cuestión que tiene un carácter individual y comprensivo del que se espera generar teoría. Este método presupone que el conocimiento es esencialmente un producto social que se extiende o cambia continuamente, de la misma manera que cambia la realidad concreta, y que no está separado de la práctica.

Los datos se obtienen a partir de la transcripción de las sesiones audiograbadas del estudiante con el profesor de la cátedra. Este trabajo es realizado por el estudiante con el fin de profundizar el análisis del fenómeno a partir de la interacción que tuvo en sus sesiones. Estas transcripciones cuentan con las imágenes de los softwares que se utilizaron en ese momento para sustentar los argumentos.

Para el análisis de los datos, en relación con los procesos de modelación, nos situamos bajo la mirada de la modelación de Arrieta y Díaz (2015). En el caso del análisis particular de las figuraciones, lo hacemos desde el espacio epistémico de figuración propuesto por Carrasco, Díaz y Buendía (2014). Articulamos los antecedentes expuestos desde la idea del “ciclo epistémico de figuración con base en dipolos modélicos” propuesta por Pérez y Carrasco (2018).

4. Resultados y primeros análisis de la experiencia

La experiencia estudia el desplazamiento de un auto en un plano inclinado, mismo que recorre una distancia de 100 cm partiendo de distintas alturas. Como análisis *a priori*, se espera que se pongan en juego las siguientes variables: la distancia, el tiempo, la aceleración y el ángulo de inclinación o altura inicial del desplazamiento (ver figura 3).

En la figura 3 se observan imágenes del proceso del experimento, es decir, de la experimentación en la que el estudiante va tomando datos numéricos de la longitud de desplazamiento (distancia) del auto, desde su partida, a medida que transcurre el tiempo. De esa manera se extraen los datos que caracterizan al fenómeno para poder realizar una modelación del mismo.

A continuación, se presenta la explicación que realiza el estudiante sobre la construcción de figuraciones, luego de realizar la experimentación. Con el fin de ejecutar el análisis de los datos de manera esquematizada, presentaremos la explicación secuenciada

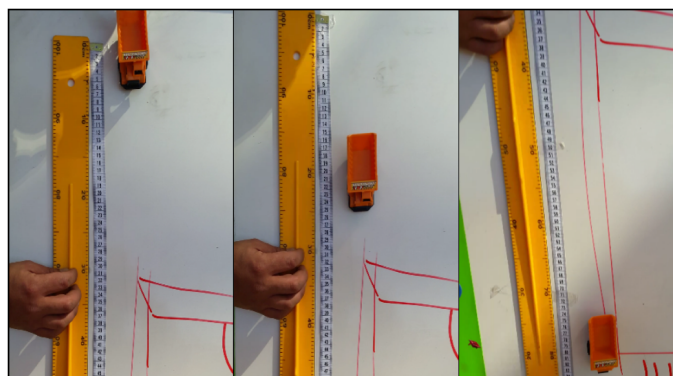


Figura 3: Experimento desplazamiento inclinado (producción estudiantil)

en episodios para dar evidencia del progreso constructivo del estudiante.

4.1. Episodio 1

Estudiante: sabíamos que íbamos a trabajar con polinomios, por definición del experimento, para no tener la restricción que se tenía al trabajar con logaritmos. Lineal no era porque, al momento de generarse, había otras variables que influían en el experimento. Una de ellas era la aceleración de gravedad, que teníamos que considerarla dentro del mismo experimento, que el autito generaba un desplazamiento, bajando, la velocidad en cada punto no es constante, o sea, va generando una aceleración. Esa aceleración que va generando hacia abajo, está influenciada por la velocidad que lleva en forma horizontal y la aceleración de gravedad. Eso es por vectores, o sea, hay dos variables que están influyendo, que es la velocidad, en el momento y la aceleración de gravedad que nos está influyendo hacia abajo. La hipótesis corresponde que, al tener mayor ángulo, la aceleración iba a ser mayor. El ángulo al ir aumentando, la aceleración que tiene el autito, va siendo mayor. Suponiendo también que, por Física, que la aceleración máxima, teniendo el auto en un ángulo de 90° , el auto tenía que caer inmediatamente, por la aceleración de gravedad, que generaba el tope. O sea, si partía con ángulo 0° , el auto no se iba a mover, pero si ya lo tiraba de un ángulo de 90° , tenía que ser la aceleración de gravedad la que tenía que influir. Entonces, el máximo ángulo que puede ser para que se lograra el desplazamiento del móvil sobre la superficie, tendría que ser los $89,99^\circ$, si no, pasaba a ser caída libre.

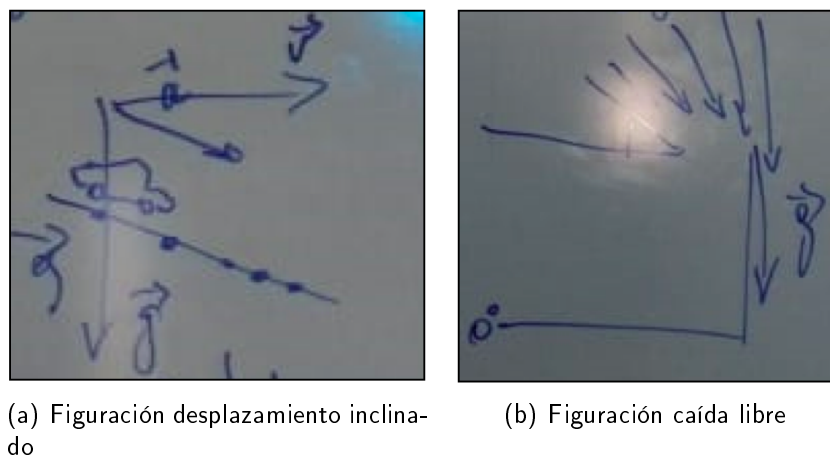


Figura 4: producciones estudiantiles

Análisis: Se expresan los primeros entendimientos del fenómeno. Con base en Carrasco y otros (2014), se identifica el espacio epistémico de figuración en el que el estudiante, en cuanto sujeto epistémico, interpreta el fenómeno del desplazamiento inclinado del auto desde las figuraciones. Se identifica la influencia de la gravedad y del ángulo de inclinación sobre el tipo de desplazamiento del auto. Emergen figuraciones en diálogo con textualidades que permiten establecer la naturaleza física del fenómeno.

Las figuras 4(a) y 4(b) muestran las figuraciones que realiza el estudiante aplicando un cambio de altura o ángulo de inclinación, es decir, se genera el primer dipolo; fenómeno-figuración (ver figura 5).

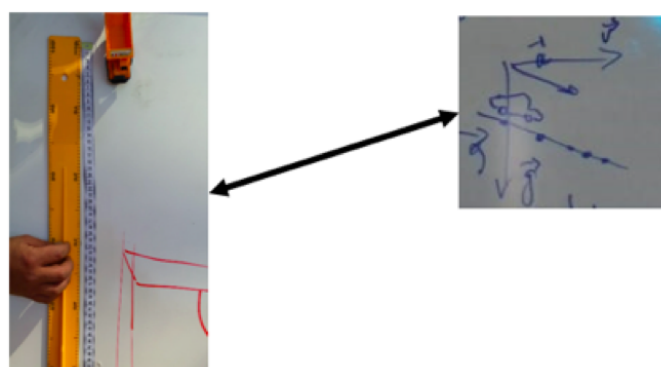


Figura 5: Dipolo fenómeno - figuración

En particular, se destaca, en la figuración de la figura 4(b), cómo el estudiante construye las restricciones del movimiento del auto: si el ángulo de inclinación es de 0° (plano horizontal), el auto no tendría movimiento; si es un ángulo de 90° (plano vertical), estaríamos en un fenómeno de caída libre. Es aquí donde el estudiante, en cuanto sujeto

epistémico, reconoce restricciones de la naturaleza del fenómeno que delimitan la construcción de futuros modelos. A continuación, se muestra el proceso de construcción de un modelo tabular.

4.2. Episodio 2

Estudiante: la distancia del experimento debe ser constante. A partir de eso, se tabularon los datos, generando la relación del tiempo y la distancia recorrida. Acá aparece la altura basal de 9, 17, 25, 32 y 40 cm. Esas son las alturas del banco donde se hizo el experimento. A partir de eso, se genera la tabulación de los datos, para poder generar la relación. Como la velocidad del móvil y la distancia de desplazamiento es muy corta, tuve que trabajar con décimas de segundos, para poder hacer el análisis y la representación de la gráfica. Partimos con el tiempo 0, con 0 de distancia recorrida y por cada 0.1 segundos, la distancia recorrida en cada uno de ellos para poder tabular. Para poder realizar eso, tuve que ingresar la grabación del experimento a un editor de video que permitió ver décimas de segundo. Usando esto, se generó la tabulación de los datos. En algunos casos no se llega hasta los 100 cm, por la velocidad, que no es perceptible. Traté de que los datos fueran lo más próximos posibles a la realidad. Es por eso por lo que, en los primeros casos, las tablas, las distancias están con milímetros, y en las últimas, que es mayor la velocidad con que caía, ya no podía verlo. Por lo que se calculó aproximadamente dónde iba el móvil.

Análisis: En el Episodio 1 se observó cómo el estudiante analiza el fenómeno desde la figuración, considerando el ángulo de inclinación mientras que, en este nuevo episodio, decide configurar el experimento a partir de la altura desde la cual se genera el inicio del desplazamiento del auto.

Cuando el estudiante toma la decisión de realizar una disminución de la unidad de medida de tiempo (de segundos a milésimas de segundos) busca, según Carrasco y otros (2014), la incorporación de variables no ostensibles y significativas en la descripción de la variación, lo que le permite tomar una mayor cantidad de información para que el proceso de tabulación sea lo más cercano a la experimentación (ver figura 6). La tabulación se construye con base en la distancia y el tiempo recorrido para cinco alturas distintas, con lo que se genera un modelo tabular para cada caso particular. Se concibe, con esta acción, que el estudiante busca identificar el hecho de que los elementos particulares de cada experimentación mantienen regularidades en el marco del fenómeno en su complejidad

4		9cm	17 cm	25 cm	32 cm	40
5	0	0	0	0	0	0
6	0.1	2.5	2	2	4	6
7	0.2	3.7	4	6	8	12
8	0.3	5.1	6	10	15	18
9	0.4	6.4	8.5	15.5	23	29
10	0.5	7.9	14.2	24	34	42
11	0.6	9.7	19.5	32.5	47	58
12	0.7	12	25	43	61	76
13	0.8	14.3	32	54.5	77	96
14	0.9	16.8	39	67.5	95	
15	1	19.7	47.5	83		
16	1.1	22.3	56			
17	1.2	25.4	65			
18	1.3	28.5	74.5			
19	1.4	31.6	86			
20	1.5	36.9				
21	1.6	38.2				
22	1.7	41.4				
23	1.8	44.9				
24	1.9	48.5				

Figura 6: Modelación tabular desplazamiento inclinado (producción estudiantil)

ampliada.

De esta manera, se da evidencia de la construcción de un nuevo dipolo; figuracional - modelación tabular (ver figura 7).

4.3. Episodio 3

Estudiante: con los datos de la tabulación, se generaron las gráficas que se ven. Estas gráficas van desde los 9 cm (morada), siendo la última la de los 40 cm (celeste). Es por ello por lo que, la primera gráfica genera más puntos que la última. Lo que vendrían representando: los puntos por la relación entre ellos es la velocidad del momento y por la forma que lleva la gráfica, en forma exponencial, la curva vendría siendo la aceleración. Entonces, ya aparecieron otras variables que influyen. Lo que me llamó la atención con respecto a algunos puntos fue la distancia que comenzaban a generar entre ellos. Esto fue una hipótesis dentro del mismo gráfico.

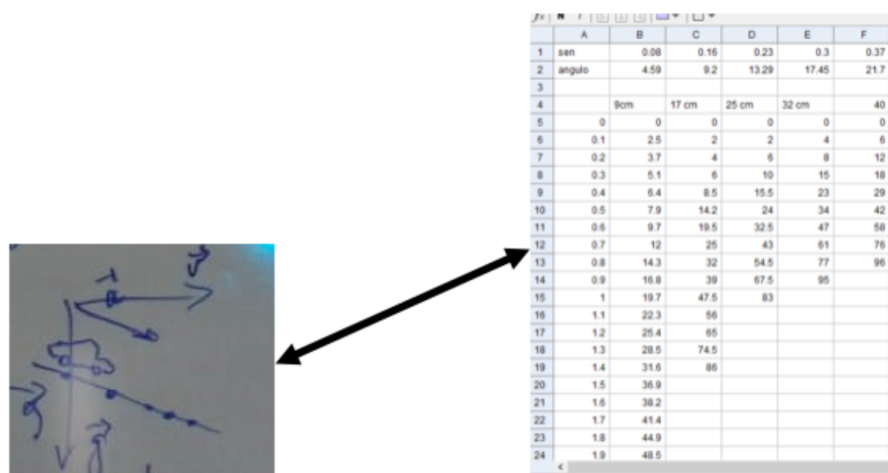
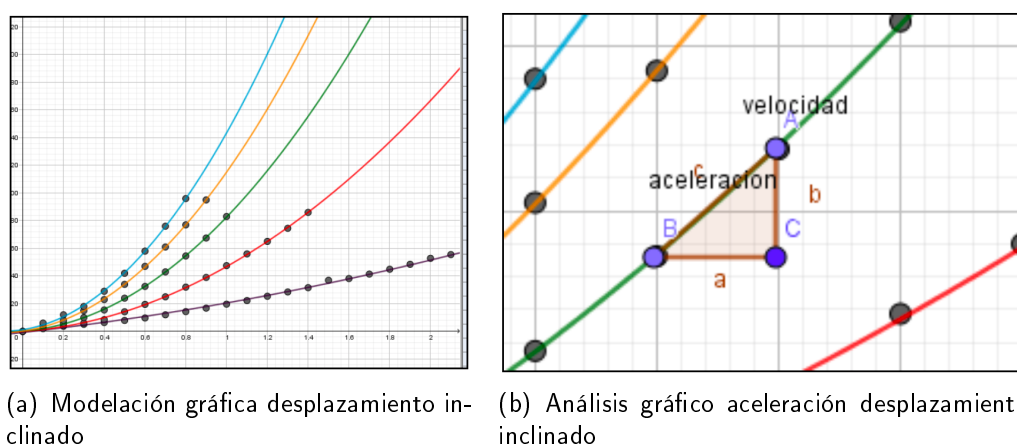


Figura 7: Figuración - modelo tabular



(a) Modelación gráfica desplazamiento inclinado

(b) Análisis gráfico aceleración desplazamiento inclinado

Figura 8: producciones estudiantiles

En el tiempo 0.8, las distancias que hay entre el primer y tercer gráfico, es similar con la que tiene el tercero con el quinto. Ahora, como el experimento no fue desde alturas de igual distancia, ejemplo, que fuesen 10, 20, 30 cm, puede haber sido más notorio.

Análisis: Se generan las representaciones gráficas de cada uno de los experimentos y se discute sobre ellas (ver figura 8a). Se establece un centro de atención en la aceleración vivenciada en la experimentación, lo que genera un análisis de la gráfica a dos puntos (ver figura 8b). Esto nos permite inferir que la tabulación por sí sola no es suficiente para comprender ciertas particularidades del fenómeno que sí se logran con el análisis gráfico. Es decir, si bien la relación existe en la modelación tabular, no ha sido reconocida o

por lo menos no ha sido evidenciada y estudiada por parte del estudiante. Por tanto, la necesidad de generar más información propicia que surja la gráfica, con lo cual se configura un nuevo dipolo modelación tabular - modelación gráfica (ver figura 9).

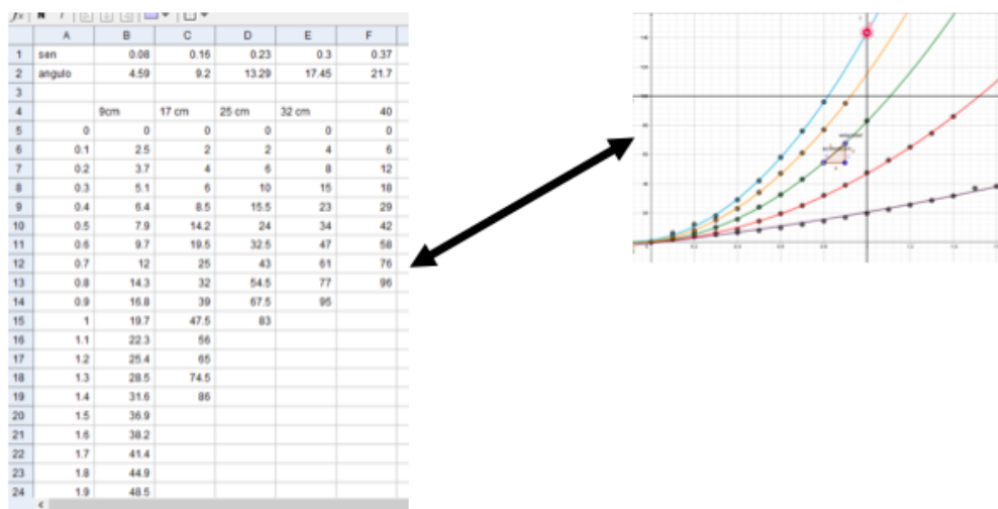


Figura 9: Modelación tabular – modelación gráfica

4.4. Episodio 4

Estudiante: al generarse la velocidad en un tiempo y la aceleración se tenía que llevar al modelo algebraico, por lo que las funciones son esas. Siendo también en orden: la primera es la que tenía menor altura y la última, la que tenía mayor altura.

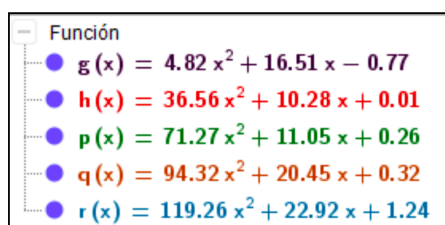


Figura 10: Modelación algebraica desplazamiento inclinado (producción estudiantil)

Análisis: A medida que se genera una mayor comprensión del fenómeno producto del análisis de los dipolos existentes, la argumentación de cada nueva constitución de dipolo se simplifica. En este caso, se estudian, de forma comparativa, los distintos modelos algebraicos del fenómeno (ver figura 10), y se establece una relación entre las distintas

alturas de cada experimentación y su aceleración. Es decir, se configura un nuevo dipolo modelación gráfica - modelación algebraica (ver figura 11).

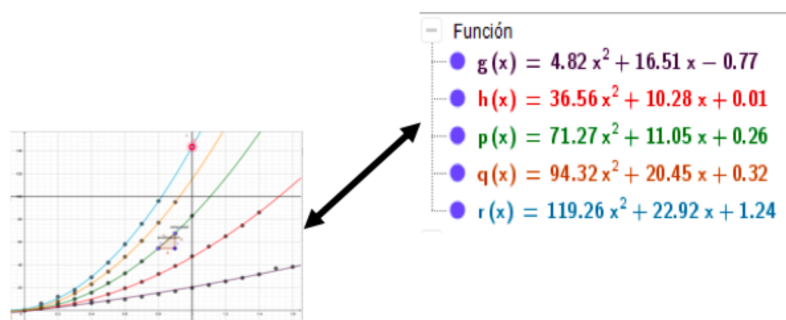


Figura 11: Dipolo modelación gráfica – modelación algebraica

Estos modelos son generados mediante la herramienta de regresión cuadrática, misma que le permite al estudiante indagar sobre elementos que puedan ser determinantes al momento de realizar una generalización con respecto al fenómeno.

4.5. Episodio 5

Estudiante: como ya tenía que la función que se estaba generando era una función cuadrática, tenía que ver qué relación existía con cada uno de los componentes si lo metía a Geogebra, y tener una función cuadrática en donde yo pudiera moverla. Al entrar a Geogebra, al tener una ecuación cuadrática, ya en el modelo teórico, qué pasaba si yo comenzaba a mover las constantes; B y C los deje en 0, porque necesitaba controlar la constante A (Ver figura 12). Mi constante A, en ninguno de los casos me dio negativa, ya que tengo distancia y tiempo positivo, por lo que no tengo que considerar el brazo izquierdo de la parábola. Al hacer más pequeño el A, generó una relación con la primera variable del experimento, y genera la abertura de la parábola. La variable B, nos va entregando la posición con respecto a ella. Ese valor, molesta dentro de la función, a su vez, en la misma función, el valor de C es negativo, entonces, relacionando cada uno de los datos, el valor de C corresponde a un margen de error, al error que se puede generar dentro de la función.

Análisis: Para la comprensión final del fenómeno el estudiante requiere manipular libremente los factores asociados al modelo algebraico, es decir, necesita aislar cada uno

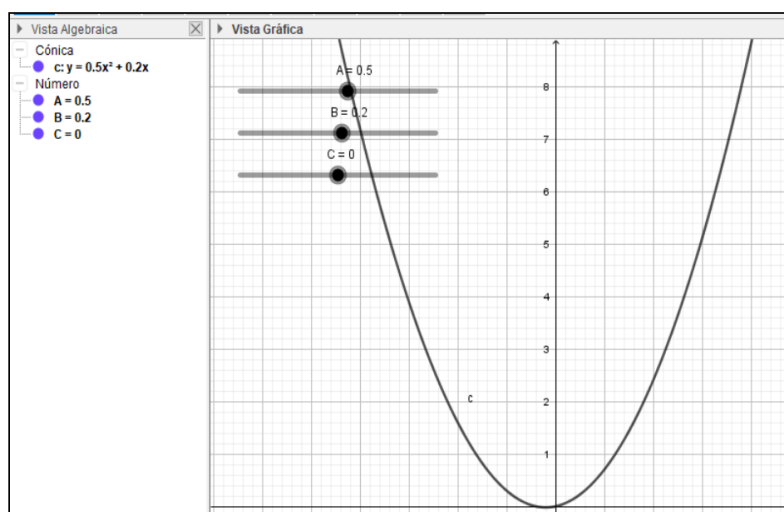


Figura 12: Análisis de factores desplazamiento inclinado (producción estudiantil)

de los componentes, contrastarlos con los modelos generados con base en la experimentación y determinar el sentido y el significado de cada elemento puesto en juego en el proceso de modelación en vías de la construcción de un modelo general que logre caracterizar la naturaleza misma del fenómeno. El estudiante avanza en los análisis particulares de cada elemento, esbozando un acercamiento que permite evidenciar, desde el fenómeno, el rol de cada elemento en el proceso de modelación.

4.6. Episodio 6

Estudiante: C es un factor de ajuste de la función. Por el movimiento que va generando y por los valores que va entregando la primera función, y el resto, C es el valor de ajuste, por el movimiento que generé con la parábola con el valor de A y relacionándolo con los valores que están en la tabla. A corresponde a una relación con el grado de inclinación y, B corresponde a una constante para la velocidad que tiene en el momento. Esta ecuación, dentro del trabajo de modelación, es que la función, corresponde a una aceleración, en donde A, es el grado de inclinación, B, es la velocidad que lleva en el momento y C es el factor de ajuste y, corresponde al tiempo. Es una función en función del tiempo (Ver figura 13).

Análisis: La construcción de los diversos modelos (figuración, tabular, gráfico y algebraico) permite al estudiante establecer el rol de cada uno de los elementos que componen el modelo algebraico general del fenómeno, estableciendo la relación de A

$$\vec{s} = f(x) = Ax^2 + Bx + C$$

Annotations: $A \rightarrow$ grado de incl., $B \rightarrow$ velocidad instantánea, $C \rightarrow$ Factor de ajuste. $x = t$, 100 cm.

Figura 13: Modelo algebraico general desplazamiento inclinado (producción estudiantil)

con el grado de inclinación y altura, de B con la velocidad instantánea y de C como un factor de ajuste del experimento.

5. Reflexiones y análisis sobre los resultados de la experiencia

Al analizar el fenómeno vivenciado por el estudiante y las diversas experimentaciones de este, se evidencia la presencia constante de lo modelado y el modelo, que va entregando las herramientas para trazar diversos dipolos modélicos capaces de convertirse en una gran red con base en lo propuesto por Pérez y Carrasco (2018) (ver figura 14).

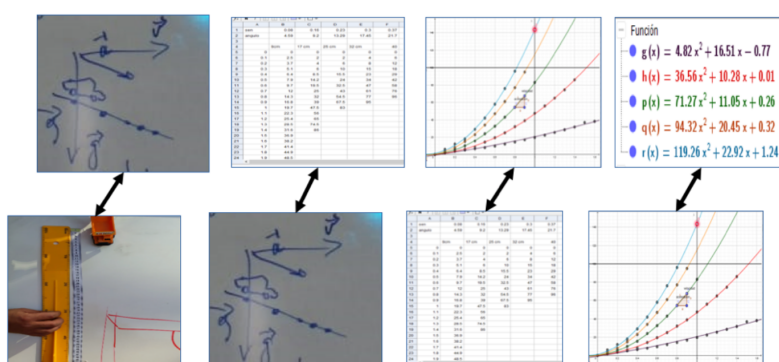


Figura 14: Red de dipolos modélicos desplazamiento inclinado (producción propia)

Esta red de dipolos modélicos se fortalece al configurarse como un ciclo de modelación, en términos de Arrieta y Díaz (2015). Sin embargo, desde este espacio podemos avanzar hacia un estado más profundo, como se propone en Carrasco y otros (2014), sobre la importancia de no perder el valor del proceso al visibilizar el actuar del sujeto epistémico, quien al modelar interpreta el fenómeno, y no solo centrarnos en sus producciones particulares. Este sujeto epistémico, este estudiante, no solo avanza en la construcción de una red de dipolos, sino que resignifica un objeto matemático desde el uso. Lo anterior se fortalece con la emergencia de la figuración en el proceso de mode-

lación, con lo queda de manifiesto lo propuesto por Pérez y Carrasco (2018) en torno al entendimiento del fenómeno y la necesidad de expresar su propia comprensión por parte de quien vive la experimentación.

En la experiencia se evidencia cómo cada construcción de un nuevo dipolo permite dar significado a distintos elementos del fenómeno, y cómo estos van manifestándose de manera evolutiva y permitiendo al estudiante establecer un modelo general que reúne la información de cada dipolo por separado y de la red completa. Así, se da evidencia de que cada modelo particular puede revelar información de diferentes características. Lo anterior se hace tangible en la figura 13 y su análisis, a partir de la cual se da sentido a los elementos de una función polinómica de grado dos con la que se relaciona cada elemento directamente con el fenómeno. En particular, entendemos este hecho como una significación mediante el uso, según los términos de lo propuesto por Cantoral y otras (2015).

En torno a la formación inicial docente, sostenemos que, para propiciar el desarrollo de la habilidad de modelar en sus futuros estudiantes, el profesor en formación debe transitar por situaciones que incorporen, en su propia construcción del conocimiento matemático, las herramientas que le permitan incorporar esta habilidad, lo cual hace coherente su propia formación con lo solicitado en su futura práctica. Si bien en esta experiencia se evidencia una significación de los objetos matemáticos que emergen desde el fenómeno, la sistematización de esta significación aún debe ser orientada en el marco de procesos de enseñanza y aprendizaje, ya que, si bien el estudiante que vivenció la experimentación es capaz de dar un significado a los elementos de la matemática escolar y a los objetos que emergieron, es necesario entregarle las herramientas en vías a su futura labor docente.

Referencias Bibliográficas

- Arrieta, J., & Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1), 19–48.
- Cantoral, R., Montiel, G., & Reyes-Gasperini, D. (2015). El programa socioepistemológico de investigación en matemática educativa: el caso de Latinoamérica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1), 5-17.

- Carrasco, E., Díaz, L., & Buendía, G. (2014). Figuración de lo que varía. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 32(3), 365–384.
- Felmer, P. (2009). Estándares para la formación de profesores de Matemática de enseñanza media. *Colección Digital Eudoxus*, 1(5).
- MINEDUC. (2012). *Estándares orientadores para carreras de pedagogía en educación media*. Santiago de Chile: LOM.
Disponble en text https://www.cpeip.cl/wp-content/uploads/2018/09/Estándares_Media.pdf
- MINEDUC. (2015). *Bases Curriculares: 7º básico a 2º medio*. Ministerio de Educación, República de Chile.
Disponble en <https://curriculumnacional.mineduc.cl/>.
- MINEDUC, C. (2017). *Estándares Pedagógicos y Disciplinarios para la Formación Inicial Docente, Versión preliminar*. Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas, CPEIP Área de Formación Inicial de Educadoras y Docentes.
Disponble en <https://seguimiento.agendadigital.gob.cl>
- Sandín, E. (2003). *Investigación Cualitativa en Educación. Fundamentos y tradiciones*. Madrid: Editorial Mc Graw Hill.
- Pérez, I., y Carrasco, E. (2018). Análisis de ciclos epistémicos de figuración en base a dipolos modélicos. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 31, 1536–1543. Disponble en <http://funes.uniandes.edu.co/13732/1/Perez2018Analisis.pdf>
- Suarez, L., y Cordero, F. (2010). Modelación–graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(4), 319–333. Disponble en <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4064799.pdf>