Paulo Freire. Revista de Pedagogía Crítica
Año 18, Nº 23, Enero – Junio 2020
ISSN 0717 – 9065 ISSN ON LINE 0719 – 8019
Artículo de investigación pp.5 - 23

Estudio de la práctica educativa de una profesora novel a través de la demanda cognitiva de una tarea escolar sobre fracciones iguales[1]

.

Bárbara Bustos Osorio [2]
Elisabeth Ramos-Rodríguez [3]

Resumen

La enseñanza de las fracciones es un desafío para el docente, tanto por la complejidad matemática y didáctica, como por la adecuada selección de tareas escolares y su puesta en juego en el aula. Este trabajo estudia la práctica educativa de una profesora novel a través del análisis del nivel de demanda cognitiva de una tarea escolar sobre fracciones iguales. Se consideran tres momentos relativos a una clase: la planificación, la implementación y la reflexión posterior, mirando por completo el proceso que involucra la práctica educativa (antes, durante y después del aula). Bajo el paradigma cualitativo se lleva a cabo un estudio de caso de una profesora novel, quien propone la tarea escolar, la implementa en estudiantes de 11 y 12 años de edad y reflexiona posteriormente. El análisis de la planificación establecía un alto nivel de demanda cognitiva en la tarea, el que se mantuvo gracias a las intervenciones de la docente durante la implementación. La reflexión posterior evidencia su intención por mantener la demanda cognitiva en pro de mejorar la propuesta de enseñanza. Observar estos tres momentos del quehacer docente ayuda a tener una percepción más amplia sobre el papel que juegan las tareas escolares en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática.

Palabras clave: fracciones iguales, sustracción, demanda cognitiva, enseñanza, práctica educativa.

[1]Trabajo apoyado por el Proyecto FONDECYT Iniciación N°11190553, Principios de programas de desarrollo profesional efectivos para profesores de matemática, financiado por ANID, Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile.

[2]Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Valparaíso, Chile. barbara.bustos.o@mail.pucv.cl. ORCID:0000-0002-1323-3570

[3]Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Valparaíso, Chile. elisabeth.ramos@pucv.cl. ORCID; 0000-0002-8409-4125

Paulo Freire. Revista de Pedagogía Crítica
Año 18, Nº 23, Enero – Junio 2020
ISSN 0717 – 9065 ISSN ON LINE 0719 – 8019
Artículo de investigación pp. 5 - 23

Study of the educative practice of a novel teacher through the cognitive demand of a scholar task about equal fractions

Bárbara Bustos Osorio [1]

Elisabeth Ramos-Rodríguez [2]

Abstract
The teaching of fractions is a challenge for the teacher, partly due to the mathematical and didactic complexity, as the suitable selection of scholar tasks and its staging in the classroom. This work study the educative practice of a novel teacher, through the analysis of cognitive demand level of a task about equal fractions. Are considered three moments related to a class: planning, implementation and posterior reflection, looking completely the process that involves the educational practice (before, during, after classroom). Under the qualitative paradigm is carried out a study of case of a novel teacher, who propose the scholar task, she implement it in 11 and 12-years old students and later she reflects. The analysis of the planning establishes a high level of cognitive demand in the task, which has been kept thanks to the interventions of the teacher during the implementation. The posterior reflection shows teacher's intentions to keep the cognitive demand in search of improving the teaching proposal. Observing at these three moments of the teachers task, help to have a broader perception about the role scholar task play in the teaching learning process of mathematics.

Key words: equal fractions, subtraction, cognitive demand, teaching, educational practice.

[1]Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. ✉ barbara.bustos.o@mail.pucv.cl. ORCID:0000-0002-1323-3570

[2]Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. ✉ elisabeth.ramos@pucv.cl. ORCID:0000-0002-8409-4125

1. Introducción

¿Es suficiente saber matemática para poder enseñarla? Responder esta interrogante nos puede llevar a diversos análisis, uno de ellos alude a la relación existente entre el conocimiento de la materia por parte del docente y su dominio en cuanto a la planificación de tareas en función de un determinado objeto matemático. Al respecto Shulman (1986) señala en su modelo del conocimiento pedagógico del contenido, aquello que el docente debe saber, haciendo la distinción entre el conocimiento para enseñar un dominio específico y el conocimiento mismo de aquel dominio. Este modelo, a su vez, ha inspirado nuevas investigaciones. Parte del conocimiento que el docente debe tener es aquel relacionado con las tareas matemáticas, los conocimientos previos de los alumnos, las representaciones, las analogías, las ilustraciones o los ejemplos útiles acerca del contenido matemático a enseñar (Krauss y colaboradores, 2008).

Respecto a las tareas matemáticas, la elección de estas debe permitir al estudiante reflexionar en torno al objeto y no propiciar la memorización y repetición de algoritmos que lo lleven a pensar que el aprendizaje se basa en un cálculo rápido y eficaz. Estas deben alentar también la movilización de los conocimientos previos que el alumno posee (Goñi, 2011). En este sentido, Godino, Batanero, Font y Giacomone (2016) señalan que el docente "debe ser capaz de analizar la actividad matemática al resolver los problemas, identificando las prácticas, objetos y procesos puestos en juego, y las variables que in-tervienen en los enunciados" (p. 289). Añaden que los conocimientos matemáticos no serían suficientes para que el docente sea capaz de llevar a cabo una situación de aprendizaje, sino que existen otros factores (a los que denominan facetas) asociados, tales como los epistemológicos, los cognitivos, los afectivos, los instruccionales, los mediacionales y los ecológicos, los que se encuentran relacionados entre sí. La faceta instruccional, en particular, refiere a la disposición de la tarea, ya que es ahí donde se enfatiza en el "conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas, organización de las tareas, resolución de dificultades de los estudiantes, e interacciones que se pueden establecer en el aula" (Godino, y colaboradores, p. 291).

En la misma línea, el Ministerio de Educación de Chile afirma que es el docente quien "debe promover que los estudiantes den sentido a los contenidos matemáticos que aprenden y construyan su propio significado de la matemática para llegar a una comprensión profunda" (MINEDUC, 2012, p. 36), abandonando la mecanización de algoritmos. Ello con base en el desarrollo de diversas estrategias que permitan afrontar una determinada tarea matemática, pasando por un proceso que va desde una etapa concreta hasta una más simbólica.

Dado lo anterior, este artículo apunta a profundizar en las tareas matemáticas escolares, poniendo atención en el nivel de demanda cognitiva (Smith y Stein, 1998) de las mismas. El objetivo propuesto es estudiar la práctica educativa de una profesora novel a través del análisis del nivel de demanda cognitiva de una tarea escolar sobre fracciones iguales en tres momentos relativos a una clase propuesta por ella: planificación, implementación y reflexión posterior. Mirar estas tres etapas del quehacer del docente, el antes, durante y después de la práctica, permite tener una mirada más amplia sobre el papel que juegan las tareas en el proceso de enseñanza aprendizaje. Estos tres momentos definen lo que se conoce en la literatura como práctica educativa (García-Cabrero, Loredo y Carranza, 2008). En otras palabras, la noción de práctica educativa se asocia no sólo a la de enseñanza, sino que incluye tres fases: preactiva, interactiva y postactiva, en las que se consideran las acciones del docente antes, durante y después del aula, respectivamente (García-Cabrero, Loredo y Carranza, 2008).

Se ha escogido una clase para la enseñanza de las fracciones iguales positivas, ya que estas, como parte del sistema numérico de los números racionales, se posicionan a lo largo de los distintos niveles escolares por medio de objetivos de aprendizajes establecidos en las Bases Curriculares (2012), asumiéndose su importancia y relevancia en la vida cotidiana de cada uno de los ciudadanos. Esto porque las fracciones son fundamentales para el desarrollo del razonamiento proporcional, en conjunto con las razones y las proporciones, en función de los subcontructos en que se presentan (parte-todo, razón, medida, reparto y cociente) (Buforn, Llinares y Fernández, 2017). Obando (2003) señala que los números racionales facilitan el entendimiento de:

> Los resultados de las encuestas y poder juzgar su credibilidad, los indicadores económicos y sociales del país, las tasas de interés que ofrece una cuenta de ahorro o que afectan a un crédito hipotecario, los descuentos de los supermercados, la probabilidad de ganar una lotería, la predicción del clima, etc... (p. 158).

Diversas investigaciones relacionadas a las fracciones ponen de manifiesto su dificultad en el aprendizaje y la enseñanza. Al respecto, Gallardo, González y Quispe (2008) refieren que esto se debe a la priorización de algunos constructos en la forma de presentar las fracciones en la escuela, como parte-todo o cociente. Los mismos autores proponen que "las tareas matemáticas en el aula abarquen la mayor diversidad posible de situacio-nes y fenómenos diferentes en los que se requiera o tenga sentido el uso de todos los significados de la fracción" (p. 363). El aprendizaje del sistema de números racionales constituye una dificultad para el estudiante, puesto que se enfrenta al desarrollo de un nuevo mundo matemático que requiere de una variedad de procedimientos, conceptos y representaciones simbólicas (Chamorro, 2003). Con este nuevo mundo los estudiantes amplían la concepción de los números naturales aprendidos hasta entonces, lo que les permitirá comprender diversas situaciones de la vida cotidiana en la que se encuentran involucrados. En este sentido, la comprensión de un determinado objeto matemático dota al estudiante de la capacidad de establecer relaciones entre el conocimiento del mismo y sus procedimientos.

2. Marco conceptual

Una tarea escolar matemática es entendida, según Chávez y Martínez (2012), como "el conjunto de actividades organizadas y orientadas, con una o múltiples estrategias de solución, donde es posible utilizar diversas representaciones, lo cual permite a los estudiantes involucrarse con la actividad matemática" (p. 88). Para analizar cómo las tareas inciden en la compresión y el aprendizaje de un determinado objeto matemático, se puede indagar en algunos aspectos relevantes en torno a la taxonomía de la demanda cognitiva propuesta por Stein y Smith (1998). Si bien este marco para analizar las tareas matemáticas escolares surge hace casi dos décadas dado lo potente de la herramienta sigue siendo implementado en diversos estudios (Hong y Choi, 2019; Ramos-Rodríguez y colaboradores, 2015; Vásquez, Pincheira, Piñeiro y Díaz-Levicoy, 2019).

La demanda cognitiva es definida por Stein y Smith (1998) como la exigencia a la que los estudiantes se enfrentan al momento de realizar una tarea matemática. Esta determina lo que el estudiante aprende, cómo lo aprende y cómo le da sentido a la matemática. Así, el tipo de tarea que presenta un docente pondrá en juego el nivel de demanda cognitiva a la que se ven enfrentados los estudiantes, considerando que la diversificación de los niveles favorece su interpretación de la asignatura.

La tabla 1 muestra la taxonomía presentada por Smith y Stein (2016), que permite analizar el nivel de demanda cognitiva según una determinada tarea escolar matemática.

Otro aspecto importante a considerar en el diseño e implementación de tareas matemáticas escolares es que estas enfrentan tres diferentes fases. Para Stein y Smith (1998) una tarea sufre modificaciones a partir de cómo es planteada en los textos escolares y en otros elementos auxiliares; de cómo el docente implementa el enunciado, y, finalmente, de cómo el estudiante trabaja en ella. Los autores consideran que, si bien una tarea matemática puede sufrir diversas modificaciones a través de sus fases, todas tienen directa relación con el aprendizaje de los estudiantes sobre un determinado objeto matemático; sin embargo, realzan la importancia de la fase de implementación, en la que el docente cumple un rol fundamental.

Tabla 1: Taxonomía demanda cognitiva.

Exigencias de bajo nivel	Exigencias de alto nivel
Memorización	**Procedimientos sin conexiones**
- Implican reproducir o llevar cabo hechos, reglas, formas o definiciones ya aprendidos. - No pueden resolverse mediante procedimientos, debido a que éstos no existen o porque el tiempo asignado para resolver la tarea es muy breve para utilizar un procedimiento. - No son ambiguas. Este tipo de tareas implica una reproducción exacta del material previamente visto y lo que habrá de reproducirse se establece de manera clara y directa. - No tiene vinculación con los conceptos o con el significado que subyacen en los hechos, reglas, fórmulas o definiciones que están aprendiendo o reproduciendo.	- Centran la atención del estudiante en el empleo de procedimientos, con el fin de desarrollar niveles más profundos de comprensión respecto de las ideas y conceptos matemáticos. - Sugieren de modo explícito o implícito los caminos a seguir, que son vagos procedimientos generales que se vinculan estrechamente con las ideas conceptuales subyacentes, a diferencia de los rígidos algoritmos que son opacos respecto de los conceptos implícitos. - Suelen representarse de múltiples formas, como diagramas visuales, materiales manipulables, símbolos y situaciones problemáticas. Hacer conexiones entre diversas representaciones ayuda a elaborar significado. - Exigen cierto grado de esfuerzo cognitivo. Aunque pueden seguirse procedimientos generales, eso no se hace irreflexivamente. - Los estudiantes han de involucrarse con las ideas conceptuales que subyacen en los procedimientos a fin de completar la tarea con éxito, lo cual desarrolla comprensión.
Procedimientos sin conexiones	**Construcción de las Matemáticas**
- Son algorítmicas. Utiliza el procedimiento que se menciona específicamente o que resulta evidente de anteriores instrucciones, experiencias o ubicaciones de la tarea. - Exigen una demanda cognitiva limitada para su exitosa realización. - Hay poca ambigüedad sobre lo que se necesita hacer y sobre cómo llevarlo a cabo. - No tienen conexión con los procedimientos que se usarán. - Se centran en producir respuestas correctas en vez de desarrollar la comprensión matemática. - No requieren explicaciones o estas solo se centran en la descripción del procedimiento utilizado.	- Requiere pensamiento no algorítmico y complejo: la tarea, sus instrucciones o un ejemplo resuelto no sugieren explícitamente caminos o enfoques predecibles o estudiados. - Exige que los estudiantes exploren y comprendan la naturaleza de los conceptos, procesos, o relaciones matemáticas. - Requiere un automonitoreo o una autorregulación de los propios procesos cognitivos. - Conmina a que los estudiantes tengan acceso a conocimientos y experiencias relevantes y que hagan un uso apropiado de estos al estar trabajando en la tarea. - Requiere que los estudiantes analicen la tarea y que examinen activamente las restricciones de esta, que quizás limiten las posibles estrategias de solución y las soluciones mismas. - Demandan esfuerzo cognitivo considerable y quizás conlleve un nivel de ansiedad para el estudiante, debido a la naturaleza impredecible del proceso de solución requerido.

Fuente: Smith y Stein (2016, pp. 16-17).

A estas fases incorporamos la tarea tal como es presentada por el docente en la planificación y la manera cómo la concibe o reformula de forma posterior a la implementación. De esta manera consideramos las tres etapas de la práctica educativa, como se puede observar en la figura 1.

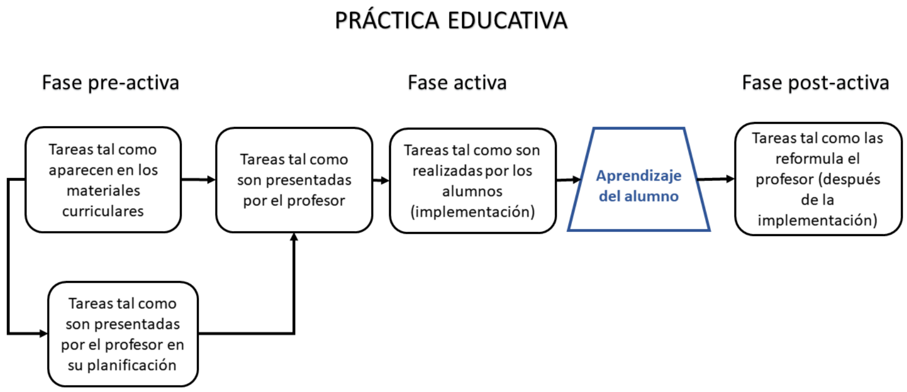

Figura 1: Fases de la tarea matemática y su relación en la práctica educativa (Fuente: elaboración propia).

3. Método

El estudio realizado se ciñe al paradigma cualitativo, con un enfoque de tipo exploratorio, descriptivo y no correlacional. Se centra en estudiar la práctica educativa de una docente novel a través del nivel de demanda cognitiva de una tarea escolar matemática sobre fracciones iguales y la reflexión posterior a ella. El sujeto de estudio es una profesora de enseñanza básica (para niños de 6 a 12 años) con 4 años de experiencia en aula, que además de realizar clases se está perfeccionando en un postgrado en didáctica de la matemática. La formación de la docente es el de un enfoque generalista, es decir, está preparada para enseñar las asignaturas basales (matemática, lenguaje, historia y otras) en los primeros años escolares, pero además cuenta con una especialización en el área de matemática. La elección de la profesora obedece al criterio de disponibilidad y accesibilidad. Contó, además con la autorización de los padres de los estudiantes para la grabación de la clase. Al momento de diseñar, implementar y reflexionar sobre esta, la profesora no tenía conocimiento sobre el marco de análisis de tareas según Stein y Smith (1998).

Los datos recogidos corresponden a la planificación escrita de la clase, la grabación en audio de la implementación de esta con estudiantes de 11 y 12 años en un colegio de dependencia particular pagado de Chile, y un escrito posterior donde plasma una reflexión sobre lo acaecido durante la sesión.

Además, los datos fueron analizados a partir de los factores de mantenimiento o disminución de la demanda cognitiva asociados al docente, como lo muestra la tabla 2, los que inciden en la modificación de la demanda cognitiva de una tarea matemática.

Cabe señalar que, para tal efecto, fueron considerados los factores planteados por Stein y Smith (1998).

Tabla 2: Categorías de análisis.

Categoría	Descripción	Rótulo
Factores de mantención de la demanda cognitiva	Se proporciona andamiaje del razonamiento y pensamiento de los estudiantes.	M1
	Los estudiantes reciben los medios para controlar su propio progreso.	M2
	Los estudiantes capaces modelan el desempeño de alto nivel.	M3
	El profesor presiona para obtener justificaciones, explicaciones y significaciones a través de preguntas o comentarios.	M4
	La tarea se basa en el conocimiento previo de los estudiantes.	M5
	El profesor frecuentemente extrae conexiones conceptuales.	M6
	Se permite suficiente tiempo para la exploración, ni muy poco ni demasiado.	M7
Factores de disminución de la demanda cognitiva	Los aspectos problemáticos de la tarea se vuelven rutinarios.	D1
	El profesor cambia el énfasis desde los significados, conceptos o comprensión hacia la exactitud o completitud de la respuesta.	D2
	No se proporciona suficiente tiempo para lidiar con los más aspectos de la tarea, o bien el tiempo ofrecido es demasiado y los estudiantes se implican poco a poco o se adormecen en su comportamiento.	D3
	Los problemas de gestión del aula impiden una participación sostenida en actividades de alto nivel.	D4
	La tarea no es apropiada para un grupo dado de estudiantes.	D5
	Los estudiantes no son responsables por productos o procesos de alto nivel.	D6

Fuente: Stein y Smith, 1998, p. 274. Traducción y adaptación propia

Para examinar la experiencia se utilizó la técnica de análisis de contenido (Krippendorff, 2013), donde las unidades de análisis de la planificación y del escrito de reflexión posterior a la clase corresponden a los párrafos o conjuntos de párrafos con una idea en común. En el caso de las transcripciones del audio, las unidades de análisis son los diálogos con una idea en común. Las intervenciones del docente en la clase las hemos denotado "P" y las de los estudiantes como "E".

4. Resultados

Los resultados fueron obtenidos por medio del análisis de la planificación de la clase, la implementación de la misma y su posterior reflexión y reformulación, lo que se detalla a continuación.

4.1. Análisis de la planificación de la clase

De la planificación de la clase se extrae el enunciado de la tarea escolar, el que se ilustra en la figura 2.

Usa los dígitos del 1 a 9 para realizar una sustracción de fracciones en forma correcta. No puedes repetir los dígitos. Utiliza los espacios asignados para registrar tus intentos y escribir por qué resulta o NO resulta.

$$\frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

¿Resultó o no el intento?, ¿por qué?

Figura 2: Enunciado de la tarea de matemática propuesta por la docente en su planificación.

Este momento de la clase es analizado a partir de las categorías propuestas por Stein y Smith (1998). Su revisión nos permite establecer que la tarea presentada se categoriza como de alta demanda cognitiva, en específico como procedimiento con conexión. Esto se debe a que es una situación problemática, donde se espera que, durante su realización, los estudiantes utilicen diversos procesos, como la amplificación o la simplificación, considerados como conocimientos previos, para movilizar fracciones iguales que les permitan responder al enunciado y que no solo se apoyen en la destreza. Del mismo modo, se confía en que no recurran a la estrategia de ubicar números azarosamente, lo que puede llevarlos a cometer errores como, por ejemplo, restar de manera lineal los numeradores y/o denominadores. Por otra parte, teniendo en cuenta que el ámbito numérico de los estudiantes son las fracciones positivas, estos deberían considerar que, al igual que en los números naturales, la ubicación correcta de las fracciones se realiza respetando que el minuendo sea la fracción de mayor valor, la cual se utilizará como sustraendo.

Otra de las razones que permite reconocer esta tarea en dicho nivel cognitivo tiene relación con el cuadro en el que el estudiante debe explicar, luego de verificar o comprobar, por qué el ejercicio planteado responde o no a lo solicitado. Para Goñi (2011), una tarea de alta demanda cognitiva, "exige una reflexión sobre lo que se está haciendo, así como el desarrollo de la comunicación matemática como una com-ponente de la competencia matemática" (p. 46). Así, de acuerdo con la taxonomía de Stein y Smith (1998), el estudio del nivel de demanda cognitiva de la tarea es relevante cuando esta es presentada inicialmente.

Cabe destacar que en esta etapa no se consideran los factores de mantenimiento o disminución de la demanda cognitiva pues, como dicen Stein y Smith (1998), se trata de mirar cómo estas tareas son presentadas en un nivel elevado de exigencia cognitiva y discutir si esas exigencias fueron mantenidas durante la fase de implementación o si acarrearán un trabajo menos desafiante. Por dicha razón, hemos decidido incluir el análisis de estos factores en el siguiente apartado.

4.2. Análisis de la implementación de la clase

A continuación se presentan extractos de los diálogos en que participaron los estudiantes y la docente, atendiendo especialmente a las intervenciones realizadas de manera espontánea por esta y asociándolas a las categorías de Stein y Smith (1998). Para una mejor comprensión el análisis se realiza considerando los tres momentos de la clase: inicio, desarrollo y cierre.

En primer lugar, se pudo observar que al iniciar la clase la profesora indicó el objeto matemático que se utiliza en la actividad:

P: Este es un desafío matemático que consiste en movilizar aquellas fracciones que son iguales.

Con esto, la docente impide que los estudiantes descubran o sean parte de la construcción del propósito de la clase, con lo que se disminuyen las expectativas por el trabajo a realizar, lo que hace que los aspectos problemáticos de la tarea se vuelvan rutinarios (D1). Sin embargo, no hizo una alusión a la tarea misma en ese momento, sino que les solicitó a los estudiantes que señalaran aquello que recordaban haber aprendido de las fracciones en niveles anteriores. Esta acción genera que el nivel de demanda cognitiva alto se mantenga debido a que lleva a los estudiantes a activar sus conocimientos previos, lo que proporciona un andamiaje para el razonamiento y pensamiento de los estudiantes (M1). La docente profundiza en este aspecto pidiendo a los estudiantes que creen ejemplos a partir de sus propias respuestas (fracciones propias, impropias, etc.). Incluso aprovecha de trabajar a partir del error de uno de los estudiantes, debido a su directa relación con el objeto de estudio, procurando que este consiga explicar su acotación y guiarlo así, para reconocer la equivocación (lo que hace alusión directa al objeto de estudio, presionando para obtener justificaciones y/o explicaciones, M4):

P: ¿Qué más recuerdan de las fracciones?

E1: las fracciones iguales

P: ¿Qué recuerdas de las fracciones iguales?

E1: son las que tienen igual numerador y denominador

P: ¿estás seguro?, explica más

E1: no, me equivoqué, esas son igual a un entero

P: ¿puedes dar un ejemplo?

E1: 3/3

P: 3/3 entonces ¿es igual a qué?

E1: a un entero

Posterior a esto, la docente continúa indagando respecto de aquello que los estudiantes recuerdan sobre las fracciones iguales. Diversos estudiantes aluden a que son aquellas que pueden encontrarse mediante la amplificación. La profesora aprovecha de profundizar preguntando qué es amplificar, interrogante que demuestra su interés por extraer mayores explicaciones por parte de los estudiantes (M4). A partir de las respuestas de una de las estudiantes la docente entrega un ejemplo ($3/5 = 9/15$), con el que invita a los estudiantes a pensar en cómo se podría comprobar que ambas fracciones son iguales, acción que nuevamente los lleva a activar sus conocimientos previos y con la que se mantiene la demanda cognitiva de la tarea (M5). Una estudiante responde: "haciendo el proceso contrario, simplificando", y lo realiza. Todas estas acciones permiten la mantención del nivel de demanda cognitiva.

Al momento de presentar la tarea, la docente leyó la instrucción y solicitó a los estudiantes que la explicaran con sus propias palabras, esto con la finalidad de que cada uno logre identificar cuánto ha comprendido hasta el momento, como un medio para controlar su propio progreso (M2):

P: (lee la tarea), ¿Alguien me puede explicar qué es lo que se debe hacer?

Luego, la instrucción es comentada por la profesora y los estudiantes. Para asegurar si efectivamente estos han comprendido, la docente presionó para obtener explicaciones (manteniendo la demanda cognitiva, M4) a través de diversas preguntas, lo que se lleva a cabo a mediante el siguiente diálogo:

P: ¿Puedo utilizar dos veces el número 3?

Estudiantes: No.

P: ¿Puedo ocupar el número 10?

Estudiantes: No.

P: ¿Puedo ocupar el 0?

Estudiantes: No.

P: ¿Por qué no se puede?

Estudiantes: porque es del 1 al 9.

En la siguiente fase de la clase, el desarrollo, los estudiantes trabajaron en parejas para poder compartir sus reflexiones, conclusiones y estrategias. En el transcurso de la actividad la docente se acercó a algunas de ellas para apoyar el proceso. El siguiente extracto da cuenta de cómo la profesora mantiene el nivel de demanda cognitiva alto gracias a sus constantes intervenciones que tienen una directa relación con los diversos factores categorizados.

E2: Tengo una duda ¿esto quedaría 1?

P: ¿Por qué 1?

E2: Porque 8 menos 7 da 1.

P: ¿Así se resta?

E2: No, estoy segura que no.

P: Ok, veamos lo que estaban construyendo.

E3: A ver, pensemos ¿no se tenía que simplificar?

E2: Lo tengo que simplificar o dividir o restar, porque es resta, pero no sé si dividir

E3: Pero es que simplificar es dividir, si simplifico 6/4 en 2 quedaría 3/2, pero no puede ser porque es impropia.

P: ¿Por qué no se puede?

E3: (Lee la instrucción) ah no, sí se puede.

P: Muy bien, y entonces ¿cómo se restaban fracciones con distinto denominador? Pensemos en lo siguiente, hagamos un ejemplo con igual denominador, ¿Cuál es el resultado de 8/2 – 3/2?

E2: 5/2 porque los denominadores son iguales. Algo tengo en mi cabeza, pero no estoy segura.

P: (Señalando el ejemplo que la pareja construyó) ¿estos denominadores son iguales?

ISSN 0717 – 9065 ISSN ON LINE 0719 – 8019

E2: No

P: ¿Entonces que hacemos?

E2: Dividirlos, no, multiplicarlos

E3: Amplificarlos

E2: Pero amplificar es multiplicar ¿no?

E3: Pero la palabra no es la correcta

P: Ok ¿Cómo amplificarás?

E2: No se si amplificar el 2/7 por 7 o por 8

P: Pero si multiplicas el 2/7 por 7 o por 8, ¿encontrarás al denominador de la otra fracción, o algún múltiplo en común?

E2: Eh no

P: Entonces ¿Qué puedes hacer?

E2: Multiplicarlos entre sí

P: ¡Muy bien! ¿ves que si recordabas?

En este diálogo vemos, además, que la docente propicia la discusión entre ambos estudiantes, de tal manera que mediante el intercambio de ideas se autocorrijan al llegar a distintas conclusiones o concluyan por medio de la utilización del razonamiento y el pensamiento (mantención de la demanda cognitiva, M1), sin la necesidad de que sea la docente la que deba explicar los procedimientos necesarios para llevar a cabo la tarea. Con sus intervenciones los va guiando para que encuentren la respuesta que requerían.

En el cierre de la clase, la profesora le solicitó a una estudiante que había logrado realizar una sustracción de manera correcta, que señalara las fracciones que había utilizado, pero que no indicara el resultado, para, así, y por medio de nuevas intervenciones, lograr que el resto de los estudiantes del curso movilizaran aquellos conocimientos que habían sido tratados en el inicio de la clase, pero que pudieran no haber sido comprendidos o recordados del todo. El ejercicio propuesto fue 4/3 – 5/6- A partir de él la docente generó preguntas como: ¿cuáles eran las condiciones de la tarea?, ¿cómo podemos saber si las fracciones están correctamente ordenadas para sustraerlas?, ¿cuáles son las características de estas fracciones?, ¿qué procedimiento utilizamos para restar las fracciones?, entre otras. Estas interrogantes se categorizan dentro de los factores que mantienen el nivel de demanda cognitiva (la profesora presiona para obtener justificaciones, explicaciones y significados a través de preguntas o comentarios, M4; la tarea se basa en el conocimiento previo de los estudiantes, M5, y la profesora frecuentemente extrae conexiones conceptuales, M6). Estas preguntas permitieron que, por medio de las distintas respuestas entregadas por los estudiantes, se lograra encontrar una solución al ejercicio (3/6). Sin embargo, la docente les pidió a los estudiantes que evaluaran el resultado obtenido, lo que se detalla en el siguiente extracto:

P: Si miramos las fracciones iniciales y la resultante, ¿funcionó el ejercicio?

E4: No, pero puede funcionar

P: ¿Puedes explicar un poco más?

E4: Porque si el resultado se simplifica en 3 da 1/2

De esta manera, los estudiantes lograron comprender que también era posible realizar procedimientos como la amplificación o simplificación en el resultado para encontrar maneras de dar con la solución a la tarea. Esta acción llevó a que distintos estudiantes pudieran lograr planeamientos correctos, los que fueron modelados al resto del curso.

Finalmente, es preciso señalar que durante la realización de la clase algunos estudiantes no lograron resolver la tarea, ya que la consideraron como un desafío complejo, por lo que no realizaron mayores esfuerzos, y su participación fue poco constante y dependiente del apoyo de la docente (D6) o bien porque la gestión del aula impidió una participación sostenida en la actividad (D4), lo que generó dificultades disciplinares.

A continuación se presenta una tabla resumen de los factores considerados en los tres momentos de la clase:

Tabla 3: Frecuencia de los factores de mantenimiento o disminución de la demanda cognitiva, en una tarea de fracciones iguales.

	Mantenimiento de la demanda cognitiva						Disminución de la demanda cognitiva						
	M1	M2	M3	M4	M5	M6	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
Inicio	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0
Desarrollo	5	3	1	5	1	6	0	1	0	2	0	0	0
Cierre	1	2	1	5	2	3	0	0	0	3	0	0	0

Fuente: Elaboración propia.

La tabla 3 permite evidenciar la preponderancia de aquellos factores presentes en la implementación de la tarea matemática. La frecuencia mayor se muestra en aquellos relacionados con la mantención de la demanda cognitiva.

4.3. Análisis de la reflexión posterior a la clase

Respecto a la reflexión posterior a la clase realizada por la docente, destacamos lo siguiente:

> *Es preciso mencionar que la tarea carece de una variada utilización de conversión de registros, ya que limita al estudiante a moverse principalmente dentro del registro numérico. Por lo demás, estos presentan gran dificultad con el desarrollo del registro natural, debido a que no logran justificar correctamente por qué resultó o no el ejercicio planteado.*

Las palabras de la docente permiten inferir que una reformulación de la tarea debe involucrar diversos registros, ya que esto ayudaría a subir la demanda cognitiva de la misma. Estos permiten comprender de mejor manera lo que la tarea requiere para su realización y, a su vez, desarrollar en los estudiantes un pensamiento más complejo y menos algorítmico que los lleve a la aprehensión del objeto matemático en cuestión. La profesora novel es capaz de identificar un elemento que hace que la tarea disminuya su nivel de demanda cognitiva, sugiriendo elementos para incrementarla.

Por otra parte, ella menciona que:

> *Si bien no todos los estudiantes lograron encontrar al menos un planteamiento correcto, se considera una clase efectiva, ya que movilizó todos los conocimientos previos que tenían los estudiantes respecto del objeto matemático, desde años escolares anteriores.*

Esto prueba su capacidad de considerar en el diseño de una tarea escolar los conocimientos previos que debe tener un estudiante y cómo movilizarlos en la clase. Por otra parte, con base en estos y otros elementos, como las características del curso y la edad de los estudiantes, la docente podrá identificar con mayor claridad el nivel de demanda cognitiva que se plantea en las diferentes tareas matemáticas para seleccionarlas más adecuadamente según lo que pretende lograr con sus estudiantes.

Finalmente, la docente afirma que:

> *Se evidenció que la igualdad de fracciones estuvo presente en las respuestas de los estudiantes, esto debido a que una parte importante de ellos intentó movilizarla por medio de diversas estrategias, contempladas o emergentes, como la amplificación o simplificación, para luego reescribir las fracciones, aun cuando pudieran haber errado en su proceder.*

Con ello, la profesora novel manifiesta capacidad de evidenciar los procedimientos y estrategias más utilizadas por los estudiantes. Esta visión que, además, tiene directa relación con el análisis de la planificación de esta tarea matemática y, por otra parte, pone de realce al aprendizaje real que poseen los estudiantes por sobre el error.

5. A modo de conclusión

Nos hemos propuesto estudiar el nivel de demanda cognitiva de una tarea matemática puesta en juego por una profesora en su diseño, implementación y reflexión posterior de una clase sobre fracciones iguales.

Para ello, y con la intención de contar con mayores herramientas para el análisis, se realizó una revisión del estado del arte, la cual permitió evidenciar la importancia y la utilidad que tiene el objeto matemático fracciones en la vida cotidiana de cada ciudadano, lo que justifica su significativa presencia a lo largo de la enseñanza escolar y la razón de por qué es fundamental su compresión por parte de los estudiantes.

La tarea escolar analizada se presenta en la etapa de planificación con un nivel alto de demanda cognitiva debido, entre otros aspectos, a la exigencia de utilizar diversos procesos como la amplificación o la simplificación, considerados como conocimientos pre-vios, para movilizar fracciones iguales que permitan responder al enunciado, y no solo recurrir a la mera destreza o la estrategia de ubicar números azarosamente. El análisis de la implementación de dicha tarea arrojó que se mantuvo la alta demanda cognitiva gracias a las diversas intervenciones realizadas por la docente, dirigidas a que los estudiantes formularan respuestas por medio del razonamiento matemático y sus co-nocimientos previos. No obstante, algunas de sus intervenciones provocaron una disminución de la demanda cognitiva, pero por ser menores no se consideraron significativas en relación con aquellas donde sí se propició la mantención de la misma. Por último, en la reflexión posterior se muestra la intención de la profesora por mantener la demanda cognitiva en pos de mejorar la propuesta de enseñanza, incluso hay atisbos de subirla. Mirar los tres momentos del quehacer del docente ayuda a tener una perspectiva más amplia sobre el papel que juegan las tareas escolares en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática.

A la luz de los resultados, nos parece relevante la toma de conciencia del docente de matemática sobre el papel de la demanda cognitiva de una tarea, pues como lo señalan Godino y colaboradores (2016), él es el responsable del análisis de una actividad matemática. Para ello debe tener presente los diversos factores y variables que están implicados en ella. También es responsable de conocer no sólo los aspectos matemáticos, sino que también los epistemológicos cognitivos y los afectivos, entre otros. Las categorías de análisis establecidas en función de los factores asociados a la permanencia o la disminución de la demanda cognitiva propuestos por Stein y Smith (1998) favorecieron la interpretación de las acciones e intervenciones que la docente realizó durante la puesta en juego de la tarea, evidenciando la manera en que estos incidieron en la movilidad entre los niveles alto y bajo de la taxonomía.

Concordamos con Hong y Choi (2019) en la pertinencia de mantener la demanda cognitiva alta, con el riesgo de que eso signifique que una porción de estudiantes podría no estar logrando resolver una determinada tarea. Esto lleva a que cobren importancia tanto las modificaciones posteriores del enunciado de la tarea como el momento mismo de la implementación, de manera que el logro en los aprendizajes abarque a todos los estudiantes. Este escenario, además, sugiere nuevas implementaciones que permitirían dar una mirada distinta a la tarea matemática estudiada, desde la cual puedan analizarse sus variaciones con distintos docentes.

En este estudio hemos analizado a una profesora novel. Su forma de proceder nos muestra que, a pesar de no tener conocimiento sobre el marco de análisis de Stein y Smith (1998), es capaz de tener en cuenta diversos aspectos sobre la demanda cognitiva. En este sentido nos parece relevante continuar indagando el papel que jugó el perfeccionamiento docente en el que estaba implicada, con interrogantes tales como: ¿de qué forma este ayudó a que considerara en sus clases elementos que favorecen una alta demanda cognitiva o una mantención de esta?, ¿qué tan similar o distante puede ser la implementación de esta tarea escolar por un profesor experimentado? Dejamos abiertas estas y otras cuestiones para nuevos estudios en pro de la mejora de la enseñanza de la matemática.

Referencias bibliográficas

Buforn, Á., Llinares, S., & Fernández, C. (2018). Características del conocimiento de los estudiantes para maestro españoles en relación con la fracción, razón y proporción. *Revista Mexicana de Investigación Educa-tiva, 23*(76), 229-251.

Chamorro, M.C. (2003). *Didáctica de las Matemáticas para primaria*. Madrid, España: Pearson Educación.

Chávez, Y., & Martínez, F. (2018). Evaluar para aprender: hacer más compleja la tarea a los alumnos. *Educación matemática, 30*(3), 211-246.

García-Cabrero, B., Loredo, J., & Carranza, G. (2008). Análisis de la práctica educativa de los docentes: pensamiento, interacción y reflexión. *Revista Electrónica de Investigación Educativa, Especial*. Consultado el 20 de abril del 2020, en `http://https://redie.uabc.mx/redie/article/view/200`.

Godino, J. D., Batanero, C., Font, V., & Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. En C. Fernández, J. L. González, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 288-297). Málaga: SEIEM.

Goñi, J. M. (2011). *Formación del profesorado, Educación secundaria, Didáctica de la matemática*. Barcelona, España: Graó.

Hong, D. S., & Choi, K. M. (2019). Challenges of maintaining cognitive demand during the limit lessons: understanding one mathematician's class practices. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 50*(6), 856-882.

Krauss,S, Brunner, M., Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M., & Jordan, A. (2008). Pedagogical Content Knowledge and Content Knowledge of Secondary Mathematics Teachers, *Journal of Educational Psychology, 100*(3), 716-725.

Krippendorff, K. (2013). *Metodología de análisis de contenido: Teoría y práctica*. Barcelona: Paidós.

MINEDUC (2012). *Bases Curriculares de matemática para 1º a 6º Básico*. Santiago: MINEDUC.

Obando, G. (2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. *Revista Ema, 8*(2), 157-182.

Ramos-Rodríguez, E., Martínez, P. F., da Ponte, J. P., & Verdejo, A. M. (2015). Desarrollo profesional del docente de matemáticas a través de sus tareas para el aula propuestas en un curso de formación. *Boletim de Educação Matemática, 29*(51), 389-402.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(1), 4–14.

Smith, M. S., & Stein, M. K. (2016). *5 Prácticas para orquestar discusiones productivas en Matemáticas*. Reston, VA: NCTM.

Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3*(4), 268-275.

Vásquez, C., Pincheira, N., Piñeiro, J. L., & Díaz-Levicoy, D. (2019). ¿Cómo se promueve el aprendizaje de la estadística y la probabilidad? Un análisis desde los libros de texto para la Educación Primaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 33*(65), 1133-1154.